

## Programación

## Resolver ecuaciones de segundo grado con WIRIS

<b>Objetivos específicos</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Conocer el motor matemático WIRIS y su utilidad en la resolución de ecuaciones de segundo grado.</li> </ul>
<b>Requisitos mínimos</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Conocimientos de conexión a Internet y navegación.</li> <li>• Conceptos básicos de herramientas de cálculo matemático.</li> </ul>
<b>Contenidos</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• El motor matemático WIRIS como herramienta de apoyo en el aula.</li> <li>• Demostración de los tipos de ecuaciones de segundo grado.</li> <li>• Demostración del método de completar cuadrados para resolver ecuaciones de segundo grado.</li> <li>• Demostración algebraica de la fórmula general para resolver ecuaciones de segundo grado.</li> <li>• Análisis de ecuaciones de segundo grado mediante el discriminante.</li> </ul>
<b>Criterios de evaluación</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Resolver una ecuación de segundo grado por distintos métodos utilizando Wiris.</li> </ul>

## Contenido

## Situación de aprendizaje

Las **ecuaciones de segundo grado** son un contenido de 3º de ESO. Se aprovechan todos los conceptos de equilibrio y operación sobre ambos miembros de la ecuación; sin embargo, se agregan importantes conceptos relativos a números irracionales, múltiples respuestas y la solución mediante una fórmula de estas ecuaciones.

En este sentido, el uso de un motor matemático en línea, **WIRIS**, como apoyo de la presentación de contenidos en el aula y espacio de ejercitación para tus alumnos, será una poderosa herramienta de apoyo a tu labor docente.

Desde las demostraciones más simples hasta la aplicación de la fórmula general de resolución de ecuaciones de segundo grado, la proyección de ejercicios con WIRIS en el aula te permitirá usar notación algebraica y las ventajas de su motor de cálculo.

A través de esta propuesta encontrarás pautas para usar WIRIS como herramienta de apoyo y complemento a una metodología de demostración en el aula.

## Los tipos de ecuaciones de segundo grado en WIRIS

Desde el punto de vista del álgebra, la herramienta más poderosa de WIRIS es *Resolver ecuación* en la pestaña de *Operaciones*. Con esta se puede introducir cualquier ecuación y, siempre que la tenga, obtener su solución de manera inmediata. Sin embargo, desde el punto de vista didáctico, WIRIS nos servirá para desarrollar paso a paso las demostraciones de los distintos tipos de ecuaciones.

Aplicaremos esto a la resolución de **ecuaciones de segundo grado incompletas**. Hay tres casos, dependiendo de qué factor es igual a cero:

- **Caso 1.  $b = 0$  y  $c = 0$ .** La forma es  $ax^2 = 0$ .  
Por ejemplo, si tenemos  $4x^2 = 0$ , se despeja la incógnita dividiendo por 4 y aplicando la raíz cuadrada. En este caso, la solución siempre es cero.
- **Caso 2.  $c = 0$ .** La forma es  $ax^2 + bx = 0$ .
- **Caso 3.  $b = 0$ .** La forma es  $ax^2 + c = 0$ .

En la simulación podrás ver cómo aprovechar las ventajas de presentación y resolución de WIRIS para demostrar los casos en que  $b$  o  $c$  son iguales a cero.

### Actividad

Entra en WIRIS y practica, usando "resolver ecuación", ejemplos de demostración con las siguientes ecuaciones incompletas:  $2x^2 + 5x = 0$  y  $7x^2 - 14 = 0$ .

## Método de completar cuadrados con WIRIS

Una vez demostrados los casos de ecuaciones de segundo grado incompletas, es necesario pasar a las ecuaciones completas. Antes de la fórmula general de resolución de ecuaciones, puedes demostrar el **método de completar cuadrados**. Este se sirve de las siguientes propiedades de los desarrollos de sumas y restas:

$$(x + m)^2 = x^2 + 2mx + m^2$$

$$(x - m)^2 = x^2 - 2mx + m^2$$

El método de resolución consiste en expresar la ecuación que se intenta resolver de una de estas dos formas. A partir de la expresión desarrollada, se calcula el factor  $m$ , se expresa la ecuación como una suma o resta elevada al cuadrado y se deja el resto como el miembro derecho de la ecuación. Luego, basta con calcular las raíces del segundo miembro y despejar la ecuación de primer grado resultante. Se obtienen dos resultados. En la simulación podrás ver cómo WIRIS resulta útil para presentar la demostración de este proceso en el aula.

### Actividad

Entra en WIRIS y practica cómo resolver la ecuación  $x^2 - 4x + 3 = 0$  por el método de completar cuadrados.

## Demostrar la fórmula general de resolución de ecuaciones de segundo grado

A pesar de que es necesario para el currículo pasar por las ecuaciones incompletas y el método de completar cuadrados, la herramienta más potente que vas a transmitir a tus alumnos en este contenido es, sin duda, la **fórmula general** de resolución de ecuaciones de segundo grado. La metodología de demostración se adapta bien tanto a los métodos de resolución como a las demostraciones algebraicas. Dada la importancia de la fórmula general, vamos a aprovechar las posibilidades visuales de WIRIS para hacer su demostración algebraica. Luego veremos cómo aplicarla.

En la simulación verás un detallado proceso de demostración que te será útil a la hora de transmitir los fundamentos de este contenido a tus alumnos.

Vamos a trabajar con valores nominales, comenzado por la enunciación general de la ecuación de segundo grado:

$$ax^2 + bx + c = 0$$

Para llegar a la fórmula general:

$$x = \frac{(-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac})}{2a}$$

## Aplicar la fórmula general con la función *Resolver* y el discriminante

Aplicar la fórmula general es tan simple como sustituir los valores a, b y c de la ecuación en la fórmula y calcular las soluciones. Una manera de aprovechar las ventajas de WIRIS es usar su función *Resolver*. Esta permitirá a tus alumnos comprobar los resultados obtenidos en la resolución de los ejercicios que les propongamos.

Otra manera de analizar una ecuación de segundo grado antes de resolverla es a través del **discriminante**. Es el valor dentro de la raíz de la fórmula general,  $b^2 - 4ac$ , y se representa por la letra griega  $\Delta$ . Según su valor, la ecuación tendrá dos, una o ninguna soluciones:

$\Delta = b^2 - 4ac$	Número de soluciones
$\Delta > 0$	2
$\Delta = 0$	1 (doble)
$\Delta < 0$	0

En la simulación podrás ver cómo usar la función *Resolver* y cómo explicar el uso del discriminante mediante WIRIS.

### Actividad

Ensayá las posibilidades que te brinda WIRIS para presentar contenidos algebraicos de manera ágil. Aprovecha también sus características de cálculo para resolver ecuaciones de segundo grado con la fórmula general utilizando, para ello, este ejemplo:  $2x^2 - 10x + 12 = 0$

## Las ecuaciones de segundo grado

El contenido de esta propuesta no trata de enseñar a los alumnos a memorizar una fórmula general y calcularla sin entender su funcionamiento. Por tanto, esta aplicación se centra en transmitir el método de completar cuadrados, analizar el discriminante y demostrar la fórmula general. Para el futuro de los alumnos, la incorporación y automatización de su aplicación es fundamental, por lo que se hace hincapié en la ejercitación.

### Programación dirigida a los alumnos

<b>Objetivos</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Comprender los diferentes métodos de resolución de ecuaciones de segundo grado a través de WIRIS.</li> </ul>
<b>Contenidos</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>WIRIS como motor matemático.</li> <li>Las ecuaciones de segundo grado.</li> </ul>
<b>Criterios de evaluación</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Resolver ecuaciones de segundo grado mediante el método de completar cuadrados y mediante la fórmula general usando WIRIS.</li> </ul>
<b>Materiales y recursos</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Ordenador en el aula con conexión a Internet. Idealmente cañón de proyección.</li> </ul>
<b>Temporalización</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Una sesión de una hora en el aula y una sesión de una hora de ejercitación en el aula de informática.</li> </ul>

### Metodología: Demostración

Esta actividad se desarrollará siguiendo este orden:

#### 1. **Presentación.**

La actividad se plantea usando WIRIS como medio de expresión de los contenidos demostrados por el educador; por tanto, es necesario un ordenador en el aula e idealmente un cañón de proyección. El educador expone los contenidos relativos a la resolución de ecuaciones de segundo grado en la primera sesión en el aula utilizando:

- La animación de la situación de aprendizaje para definir una ecuación de 2º grado.
- Demostración de los tipos de ecuaciones de 2º grado en WIRIS con los ejemplos  $3x^2 + 9x = 0$  y  $3x^2 - 12 = 0$ .
- Demostración del método de completar cuadrados en WIRIS con el ejemplo  $x^2 - 6x + 5 = 0$ .
- Demostración algebraica de la fórmula general con WIRIS.
- Resolución de una ecuación de 2º grado y análisis mediante el discriminante en WIRIS con el ejemplo  $x^2 - 6x + 5 = 0$ .

## 2. Ejercitación.

Posteriormente, en la segunda sesión, los alumnos usarán WIRIS como espacio de ejercitación, pero esto se realiza en el aula de informática. Los alumnos practicarán de forma autónoma e individual los contenidos vistos en el aula mediante su aplicación a ejercicios concretos en el aula de informática haciendo uso de WIRIS. Se conservan todos los pasos del proceso para poder justificar los procedimientos realizados.

## 3. Orientaciones al profesorado.

WIRIS soluciona muchos de los problemas que representa la formulación de expresiones complejas de ecuaciones como la misma fórmula general. Aprovechando sus ventajas de presentación y cálculo, se logra una presentación clara y rápida, con lo cual queda más tiempo para resolver dudas del alumnado y profundizar en los aspectos menos claros.

## 4. Orientaciones al alumnado.

En la primera sesión el trabajo es claro y la aplicación de WIRIS resulta, sin duda, positiva para la concentración. En la sesión de ejercitación es importante resaltar que WIRIS no es un juego y vamos a usar solo algunas de sus características en esta sesión. Por otra parte, el carácter lúdico y multimedia del motor de cálculo resulta atractivo y motivador.

## 5. Evaluación.

El profesor comprueba, de forma general, si los alumnos han comprendido el método de completar cuadrados y la aplicación de la fórmula general y el análisis mediante el discriminante al revisar los pasos seguidos en las pantallas de WIRIS que cada alumno ha desarrollado.

## Atención a la diversidad

Aunque la fórmula general no debe representar mayores problemas ya que sólo es una herramienta, el aplicar los contenidos de esta propuesta supera su mera aplicación irreflexiva. Es por esto que te proponemos dos actividades de **refuerzo** orientadas a distintos aspectos de los contenidos.

- [Actividad 1.](#)

Los alumnos que necesiten trabajo de refuerzo pueden seguir ejercitándose con ayuda de WIRIS en el aula de informática. [Aquí](http://www.mismates.net/modules.php?name=Content&pa=list_pages_categories&cid=131) ([http://www.mismates.net/modules.php?name=Content&pa=list\\_pages\\_categories&cid=131](http://www.mismates.net/modules.php?name=Content&pa=list_pages_categories&cid=131)) pueden encontrar una serie de ejercicios en línea propuestos y resueltos. La práctica es la única manera de familiarizarse con los procesos resolutivos que es necesario incorporar para que resolver ecuaciones de segundo grado resulte simple y rápido.

- [Actividad 2.](#)

Quizás una de las mejores maneras de memorizar una fórmula pase por repetir su demostración. Otra actividad que pueden desarrollar tus alumnos en WIRIS es repetir la demostración que tú has realizado, presentando paso a paso su desarrollo. De esta manera, además, no sólo memorizarán una fórmula que pueden olvidar, sino que también conocerán las herramientas para poder recrearla en caso de no estar seguros de recordarla bien.

## Alternativas para el uso de WIRIS

En la presente propuesta nos hemos centrado en el trabajo con WIRIS en el aula y en torno al álgebra. Sin embargo, si observas las distintas opciones que permiten otras pestañas como *Geometría*, *Matrices* o *Análisis*, puedes ver muchas de sus aplicaciones a otros campos del currículo de matemáticas desde la Educación Secundaria hasta Bachillerato.

Una actividad concreta aplicable a todos estos campos de las matemáticas es permitir a tus alumnos hacer uso de WIRIS en el aula de informática de tu centro para que realicen sus ejercicios y trabajen, en grupos o de manera individual, dependiendo de la cantidad de ordenadores. La mejor manera de proponer el trabajo mediante WIRIS es que usen el motor matemático para la comprobación de resultados o apoyo en la resolución paso a paso, pero que el motor matemático no sustituya el aprendizaje realizado mediante la demostración.

Otra aplicación es aprovechar la pestaña de *Unidades* para plantear problemas que involucren conceptos de física y permitan aplicar conocimientos de matemáticas a problemas concretos de esa área.